例1： 在双缝干涉中，用钠光灯作单色光源，其波长为 $\lambda = 0.5893\mu m$，已知屏到双缝的距离为 $D = 600mm$

求： (1) $a = 1.0mm$ 和 $a = 10mm$ 情况下，相邻明条纹间距为多大？（2）若相邻条纹最小分辨距离为*0.065mm* 能分清条纹的双缝间距 a 最大为多少？

解：（1）明纹间距为

$$x = \frac{kD}{a}\lambda$$

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{a} = \frac{600 \times 5.893 \times 10^{-4}}{1.0} = 0.35mm$$

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{a} = \frac{600 \times 5.893 \times 10^{-4}}{10} = 0.035mm$$

（2）双缝间距 a 为

$$a = \frac{D\lambda}{\Delta x} = \frac{600 \times 5.893 \times 10^{-4}}{0.065} = 5.4mm$$

三、双缝干涉中几个需要重视的问题：

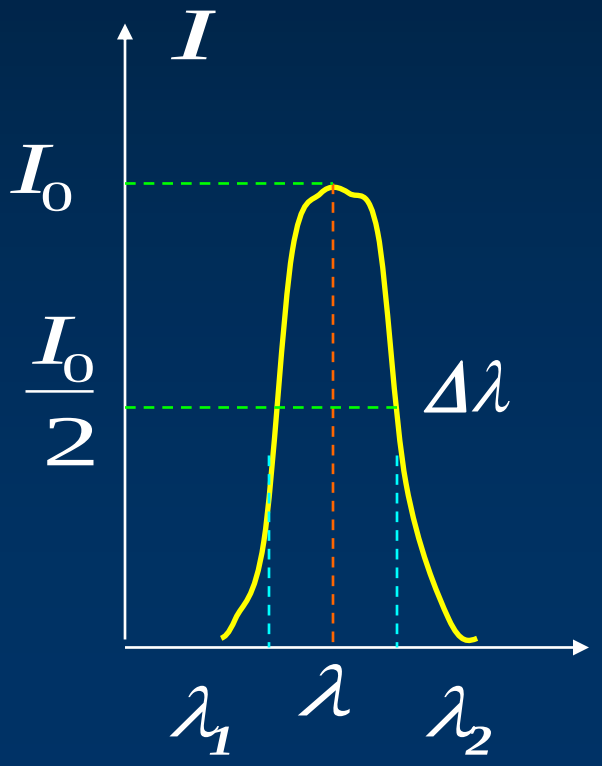
- 条纹分布：$\Delta x = x_{k+1} - x_k = D\lambda / a = Const$
- 波长变化的影响：白光照射 ⟹ 彩色谱带

重叠临界条件：λ_1, λ_2 $\boxed{(k+1)\lambda_1 = k\lambda_2}$

- 光的单色性对条纹的影响：

$$(k+1)\lambda_1 = k\lambda_2$$

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = (\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}) / \Delta\lambda \approx \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$



例：兰绿光的干涉，已知

$\lambda = 490\,nm$ $\Delta\lambda = 100\,nm$

$k = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 4.9$ 取 $k = 4$

例2： 用白光作光源观察杨氏双缝干涉。设缝间距为 a ，缝面与屏距离为D，试求，能观察到清晰可见光谱的级次。

解： 在 $400\,nm \sim 760\,nm$ 范围内,明纹条件为

$$\delta = \frac{xa}{D} = \pm k\lambda$$

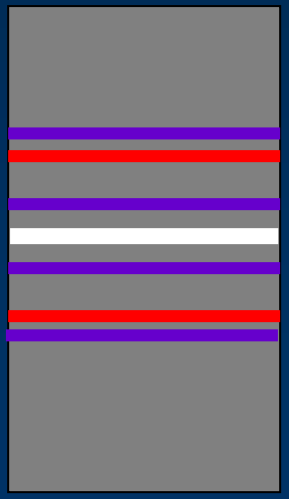
最先发生重叠的是某一级次的红光和高一级次的紫光重叠

$$k\lambda_{红} = (k+1)\lambda_{紫}$$

$$\rightarrow \quad k = \frac{\lambda_{紫}}{\lambda_{红} - \lambda_{紫}} = \frac{400}{760 - 400} = 1.1$$

清晰的可见光谱只有一级





例 波长为600nm的平行光垂直入射在间距为0.2mm的双缝上时，在缝后1m处的像屏上形成干涉条纹.

求 (1) 第十级明纹中心的位置和第十级明纹的宽度

(2) 波长改为 400~760 nm 的白光时，第二级谱线宽度、第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度和重叠部分各波长范围.

解 (1) 明条纹中心条件为 $\dfrac{xd}{D}=\pm k\lambda \Longrightarrow x=\pm k\dfrac{D}{d}\lambda$

$$x_{10}=10\frac{D}{d}\lambda=10\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times600\times10^{-9}\,\mathrm{m}=3\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$

相邻条纹间距为 $\Delta x=\dfrac{D\lambda}{d}$

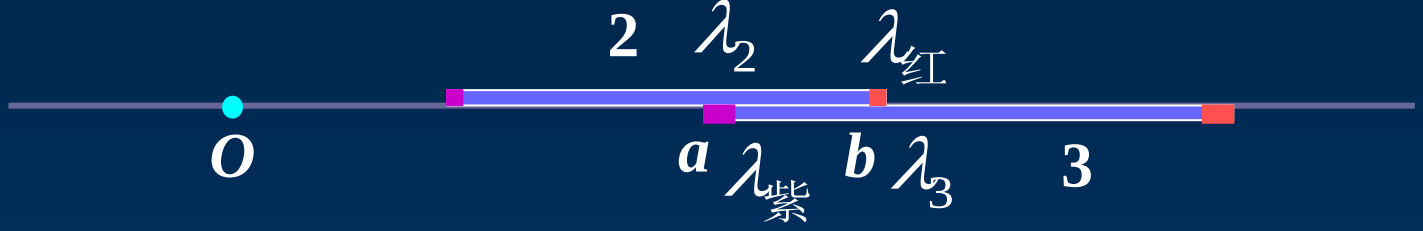
第十级明纹的宽度 $\Delta x=\dfrac{1}{0.2\times10^{-3}}\times600\times10^{-9}\,\mathrm{m}=3\times10^{-3}\,\mathrm{m}$

(2) 明条纹中心条件

$$\frac{xd}{D}=\pm k\lambda \quad\Longrightarrow\quad x=\pm k\frac{D}{d}\lambda$$

第二级谱线的宽度为 $\Delta x_2=2\dfrac{D}{d}(\lambda_{红}-\lambda_{紫})$

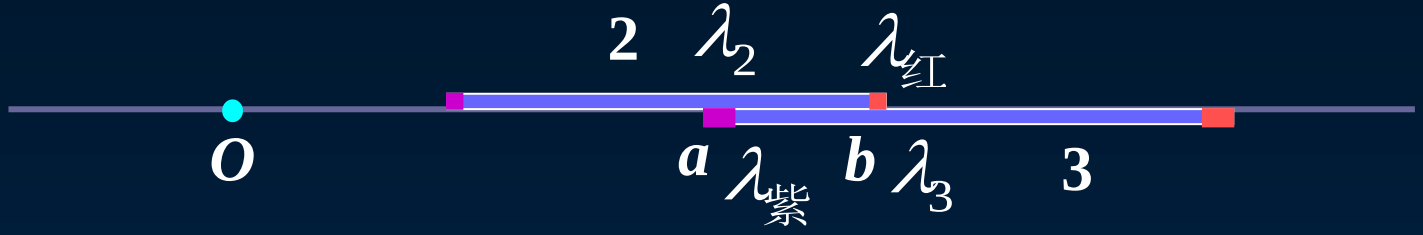
$$\Delta x_2=2\frac{D}{d}\Delta\lambda=2\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times(760-400)\times10^{-9}\,\mathrm{m}=3.6\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$



第二级λ_2波长谱线与第三级λ_3波长谱线重合，即 $x_2=x_3$

$$2\lambda_2=3\lambda_{紫}\quad\Longrightarrow\quad\lambda_2=\frac{3}{2}\lambda_{紫}=\frac{3}{2}\times400\mathrm{nm}=600\mathrm{nm}$$

同理有： $2\lambda_{红}=3\lambda_3\quad\Longrightarrow\quad\lambda_3=\dfrac{2}{3}\lambda_{红}=\dfrac{2}{3}\times760\mathrm{nm}=507\mathrm{nm}$



第二级谱线与第三级谱线重叠部分各波长范围为

$$k=2:600\rightarrow 760\text{nm};$$

$$k=3:400\rightarrow 507\text{nm}$$

第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度为

$$\Delta x=k\frac{D}{d}\Delta\lambda$$

$$=3\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times(507-400)\times10^{-9}\text{m}$$

$$=1.6\times10^{-3}\text{m}$$

• **光源移动对干涉条纹的影响：**

$$\delta = (R_2 + r_2) - (R_1 + r_1)$$

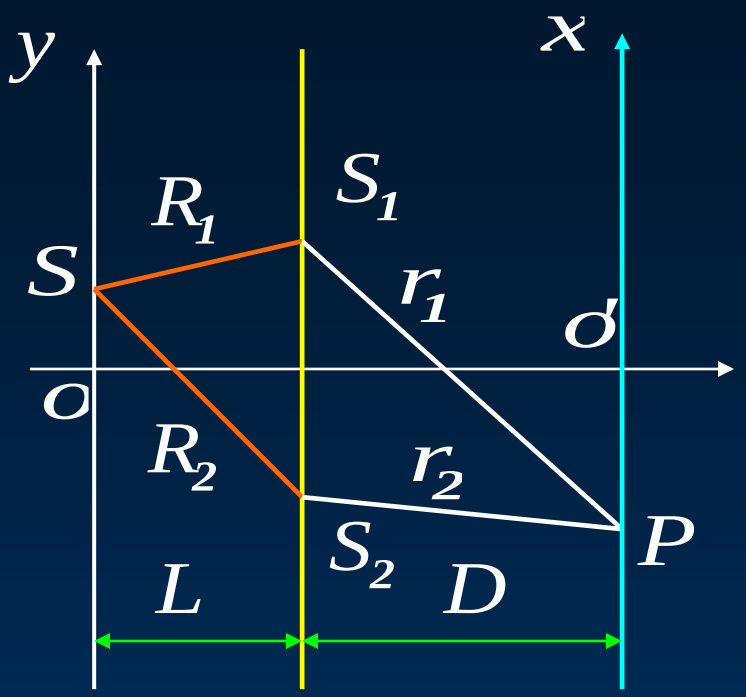
$$= (R_2 - R_1) + (r_2 - r_1)$$

$$\approx \frac{ay}{L} + \frac{ax}{D}$$

$$= 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{x = -\frac{D}{L} y}$$

条纹移动与光源移动反向



四、光的空间相干性

实验事实： *S* **缝加宽** ⟶ ***干涉条纹的清晰度下降***

去掉 *S* **缝，直接用普通光源照射** ⟶ ***干涉条纹消失***

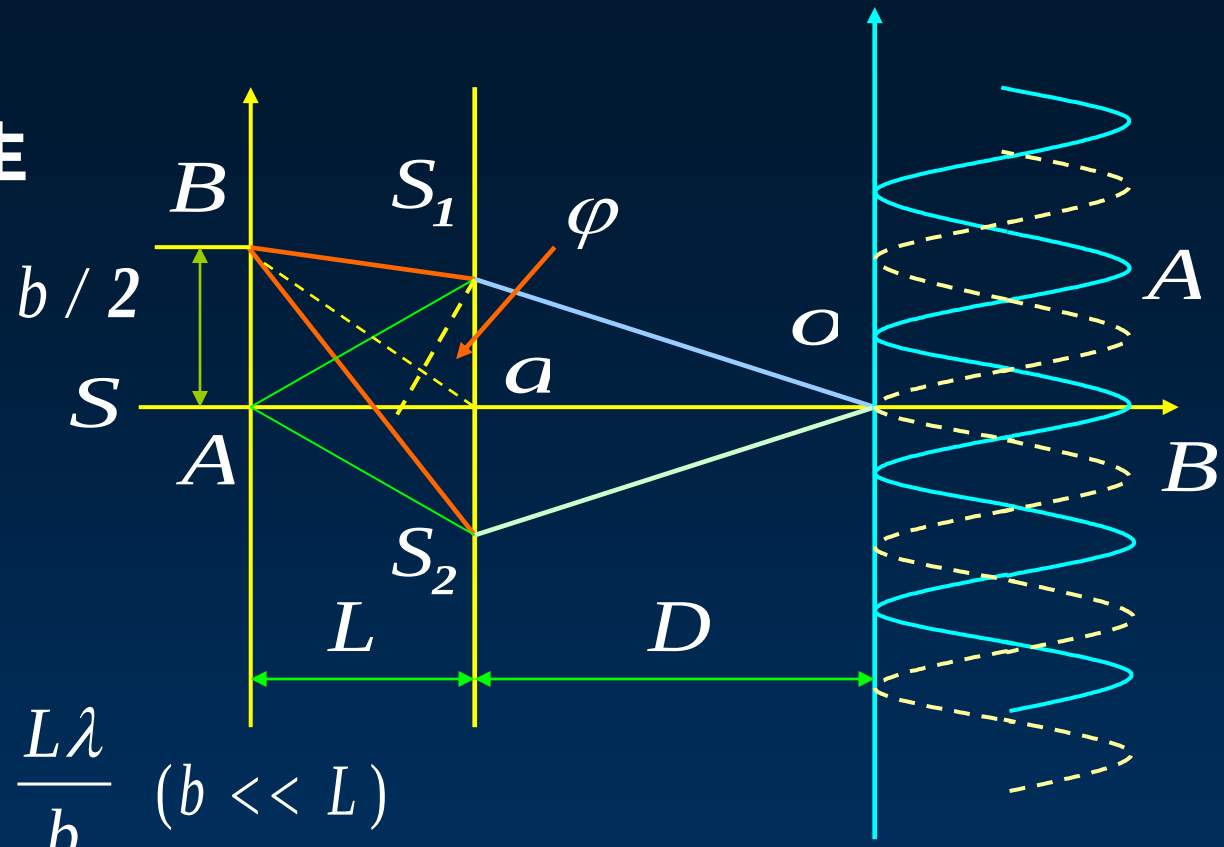
由 B 射出的光通过 S_1, S_2 到达 O 点产生的第一级暗纹满足

$$BS_2 - BS_1 = \lambda / 2$$

$$\approx a \sin\varphi = a\,tg\varphi$$

$$= ba / 2L$$

$$\Longrightarrow b = \frac{L\lambda}{a}, a = \frac{L\lambda}{b} \quad (b << L)$$

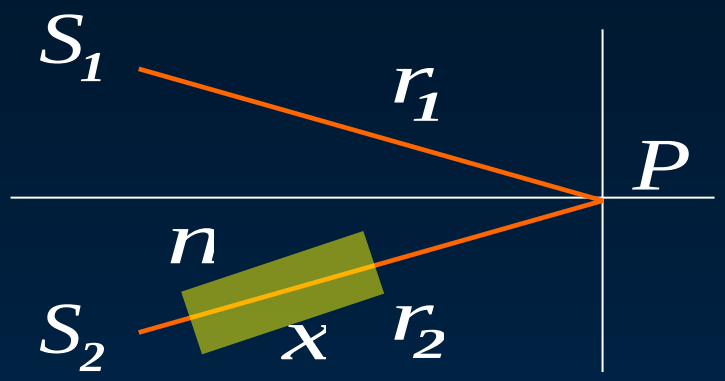


空间相干性

对具有一定尺度的光源来说，它所发出的光波波阵面上，沿垂直于波线方向不是任意两处的光都能产生干涉，只有来自两点距离小于 $L\lambda / b$ 的光才是相干的。

15-4 光程与光程差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r \quad \Rightarrow \quad \Delta r$$



若在时间 t 内，光波在介质中传播的路程为 $x = ut$

相应光波在真空中传播路程应为 $r = ct = cx/u = nx$

光程—— 是将光在媒质中通过的路程折算到同一时间内在真空中通过的相应路程。

- 相位差与光程差的关系为

$$\text{相位差} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{光程差}$$

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

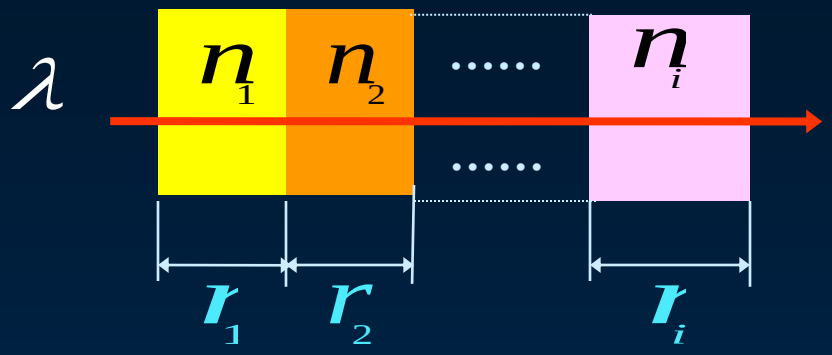
例：设 $r_1 = r_2$

$$\delta = [(r_2 - x) + nx] - r_1$$

$$= (n-1)x$$

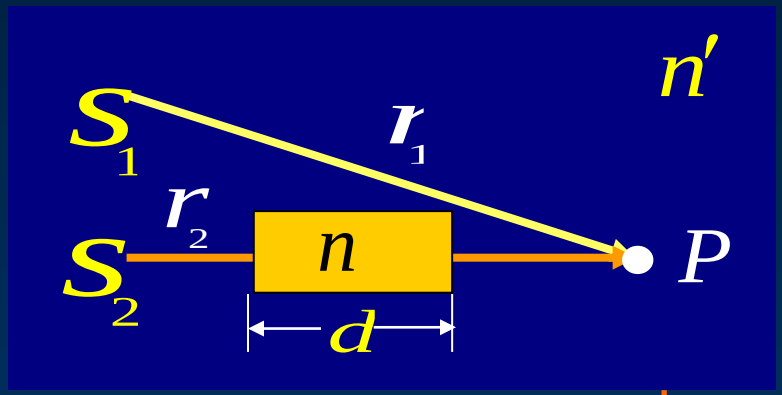
对于光通过多种介质时

$$\text{Optical Path} = \sum_i n_i r_i$$

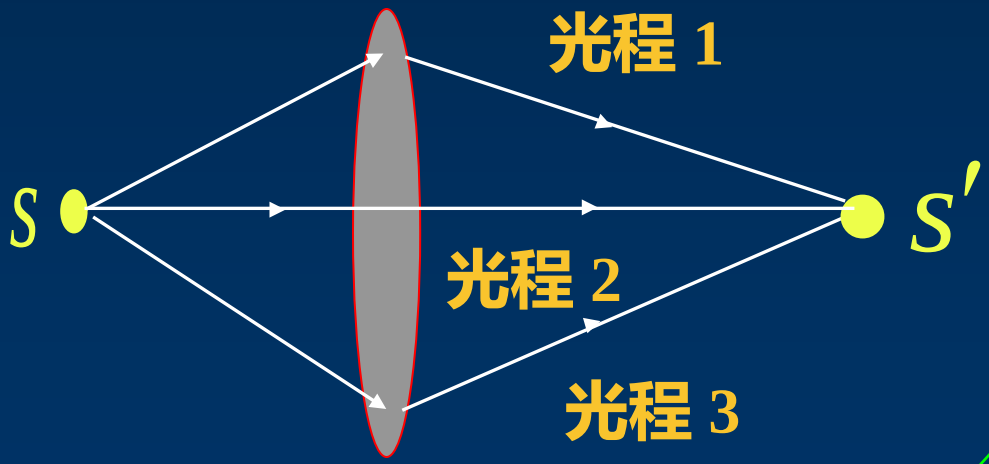


例1：求两束相干光波的相位差

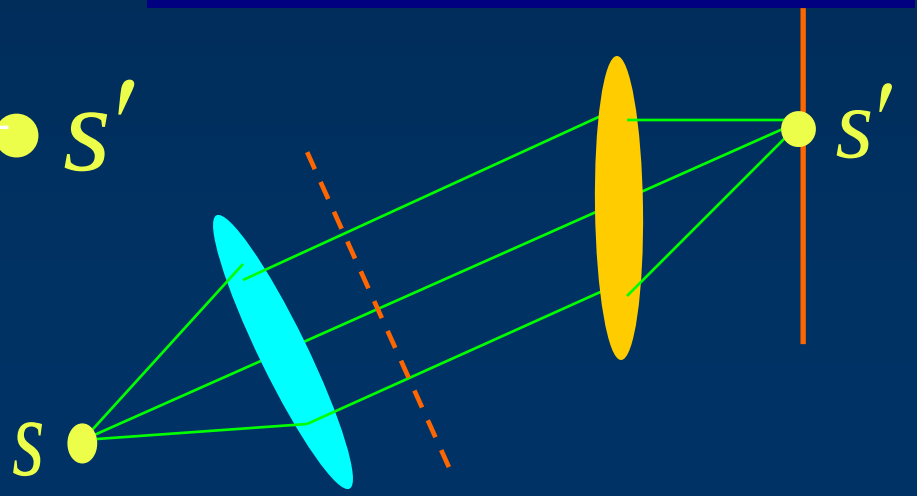
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left[n'(r_2 - d) + nd - n'r_1\right]$$



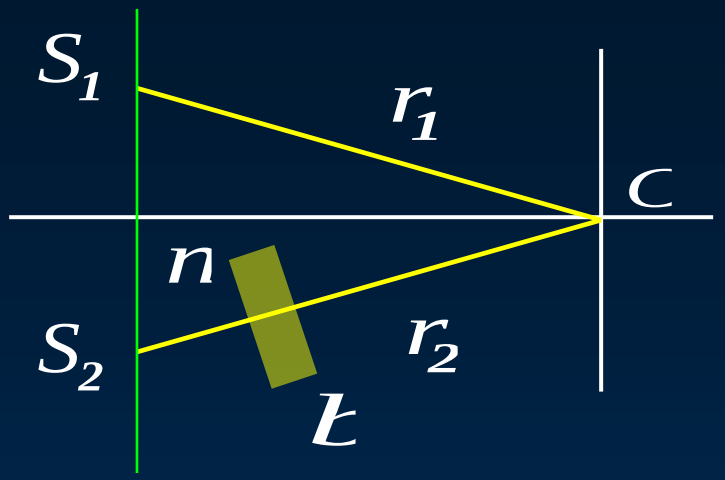
例2：物象之间等光程性



光程 1 = 光程 2 =光程 3



例3： 一束平面单色光垂直入射杨氏双缝上，产生干涉，如图示。现在一条光路上加一薄介质片。



已知： $b=0$时，$I_C=I_0$

求： 1 $I_C \sim b$ 的关系，

2 实现$I_{C\,min}$的 b 取值。

解： 1 **光程差：** $\Delta L=(n-1)b \Longrightarrow \Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta L$

在 C点的合振幅

$$A_C=\sqrt{2A_0^{\,2}+2A_0^{\,2}\cos\Delta\varphi}=2A_0\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$=2A_0\cos\frac{(n-1)b\pi}{\lambda}$$

$$I_C=kA_C^{\,2}$$

$$=4kA_0^{\,2}\cos^2[\frac{(n-1)b\pi}{\lambda}]=I_0\cos^2[\frac{(n-1)b\pi}{\lambda}]$$

解： $I_C = I_0 \cos^2[\dfrac{(n-1)b\pi}{\lambda}] = 0 \Longrightarrow \dfrac{(n-1)b\pi}{\lambda} = \dfrac{(2k+1)\pi}{2}$

$I_C = I_{C\min} \Longleftarrow b = \dfrac{(2k+1)\lambda}{2(n-1)} \quad k = 0, 1, 2, 3, \cdots$

思考题： 在杨氏双缝的任一条缝前面加一个一定厚度的介质片，则屏幕上的干涉条纹将发生些什么变化?

15-5 薄膜干涉　分振幅法

当一束光射到透明薄层，光束在膜上、下表面发生多次反射和折射。分割振幅成多束光。它们**频率相同，光矢量平行，相位差恒定，是相干光。**

—— 薄膜干涉

